数　　学

注　　意

| 監督者の「始め」の合図があるまで開いてはいけません。
2　問題用紙は表紙を入れて11ページあり，解答用紙が1枚，中にはさんであります。
3　受検番号は，解答用紙及び問題用紙の決められた欄に記入しなさい。
4　答えは，問題の指示に従って，**すべて解答用紙に記入しなさい。** 計算などは，問題用紙の余白を利用しなさい。
5　監督者の「やめ」の合図ですぐにやめなさい。

受検番号	

1 次の**1**～**5**の問いに答えなさい。

1 次の(1)～(5)の問いに答えなさい。

(1) $7+18\div 3$ を計算しなさい。

(2) $\frac{3}{5}-\frac{1}{6}\times\frac{4}{5}$ を計算しなさい。

(3) $\sqrt{32}-\left(\frac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{8}\right)$ を計算しなさい。

(4) 60 と 84 の最小公倍数を求めなさい。

(5) 下の**ア**～**エ**のうち，その数の逆数が 1 より大きいものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア $\frac{3}{4}$ **イ** 3 **ウ** $-\frac{1}{2}$ **エ** 0.9

2　2 次方程式 $x^2 - 3x + 1 = 0$ を解きなさい。

3　a を正の数，b を負の数とするとき，式の値がいつも正の数になるものを，下の**ア**～**エ**の中からすべて選び，記号で答えなさい。

ア　$2a + b$　　**イ**　$a - 3b$　　**ウ**　$3 - a - b$　　**エ**　$(ab)^2$

4　反比例 $y = \dfrac{2}{x}$ の式がある。x の変域を $1 \leqq x \leqq 3$ とするとき，y の変域を求めなさい。

5　かごしま水族館で，イルカが 185 m の距離を 37 秒で泳いでいました。このとき，イルカの泳ぐ速さは分速何 m であったか求めなさい。ただし，イルカは一定の速さで泳ぐものとします。

2 次の**1**～**5**の問いに答えなさい。

1 大小2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の積が素数になる確率を求めなさい。

2 下の表は，2014年と2023年の日本における外国の船会社が運航するクルーズ船の寄港回数の多い港湾名と回数をそれぞれ示したものです。日本における外国の船会社が運航するクルーズ船の寄港回数の合計に対する鹿児島への寄港回数の割合が高かったのは，2014年と2023年のどちらですか。解答欄の「2014年」と「2023年」のどちらかを ◯ で囲みなさい。また，その年の寄港回数の合計に対する鹿児島への寄港回数の割合は，何％にあたるか求めなさい。ただし，小数第2位を四捨五入することとします。

【2014年】

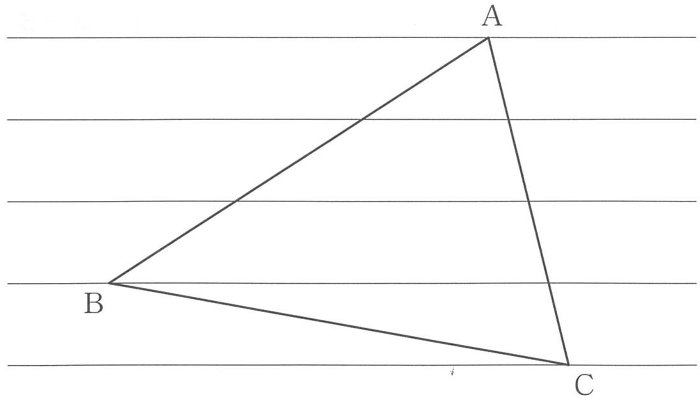
順位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	その他	合計
港湾名	博多	長崎	石垣	那覇	横浜	神戸	小樽（おたる）	鹿児島	函館（はこだて）	釧路（くしろ）		
回数	99	70	69	68	48	32	31	29	27	21	159	653

【2023年】

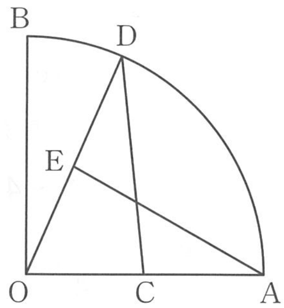
順位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	その他	合計
港湾名	横浜	長崎	鹿児島	那覇	博多	広島	神戸	清水	高知	大阪		
回数	101	95	78	72	59	58	54	53	51	46	597	1264

（国土交通省資料から作成）

3 下の図のような等間隔で平行に罫線（けいせん）が引かれているノートがあり，△ABCの各頂点が罫線上にあります。BP : PC = 2 : 1 となるように辺BC上の点Pを定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，点Pの位置を示す文字Pも書き入れ，作図に用いた線も残しておきなさい。



4　右の図のような中心角 $90°$ のおうぎ形 OAB があり，線分 OA の中点を C とし，$\overset{\frown}{AB}$ 上に点 D をとり，線分 OD の中点を E とします。$\triangle AOE \equiv \triangle DOC$ であることを証明しなさい。



5　正四面体と立方体の模型がそれぞれ何個かあります。これらの模型の面の総数が 128 面，頂点の総数が 156 個であるとき，正四面体と立方体の模型の個数をそれぞれ求めなさい。ただし，正四面体の模型を x 個，立方体の模型を y 個として，その方程式と計算過程も書きなさい。

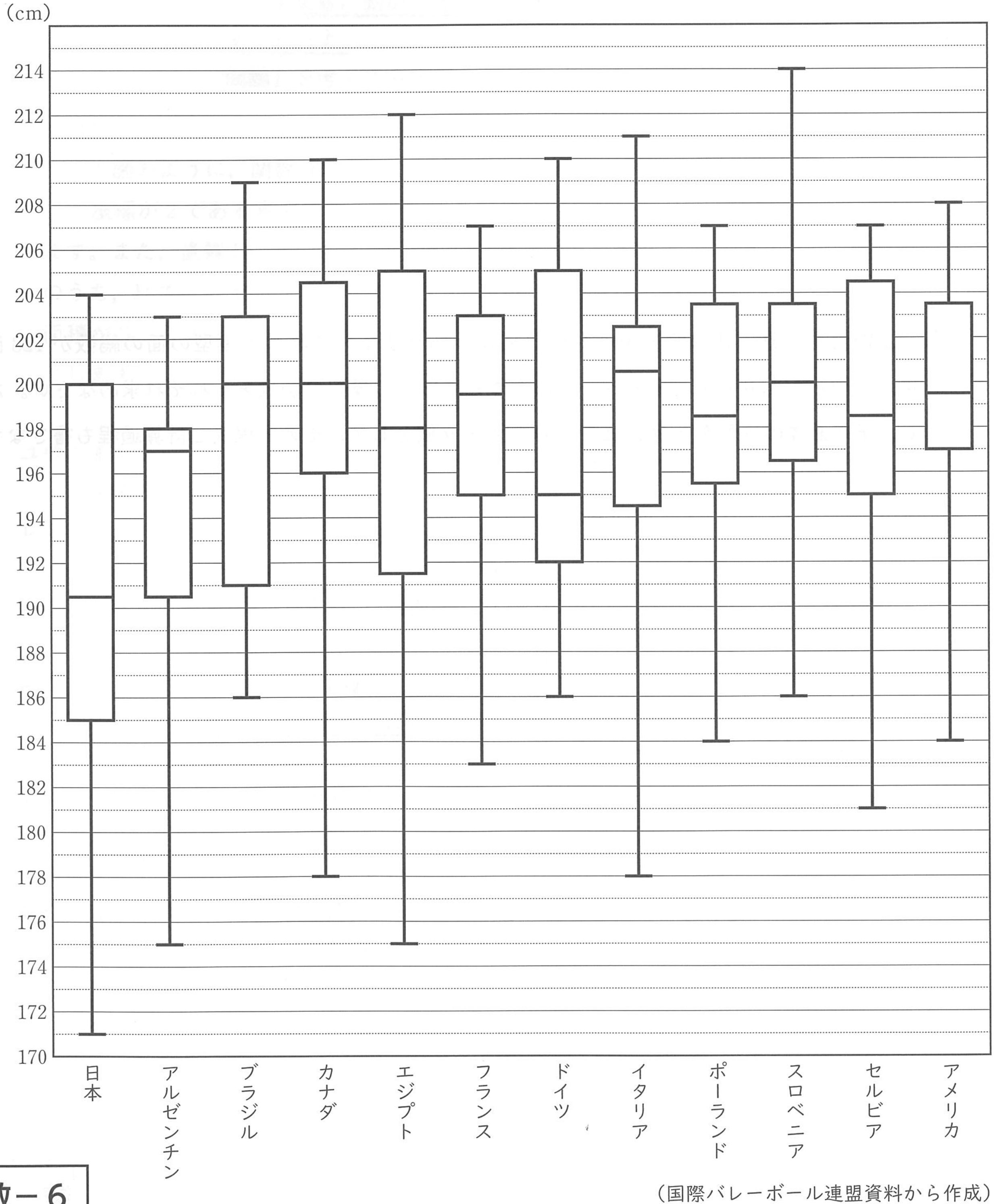
3 下の**表**は，2024 年に開催されたパリオリンピックにおける男子バレーボール日本チームに登録された選手の背番号と身長をまとめたものです。また，**図**は出場 12 か国の登録された選手 12 人ずつの身長を箱ひげ図で表したものです。なお，各選手の身長はすべて整数で表されています。次の**1**～**4**の問いに答えなさい。

表

背番号	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	15	20
身長（cm）	187	200	183	190	195	204	175	202	188	191	200	171

（国際バレーボール連盟資料から作成）

図

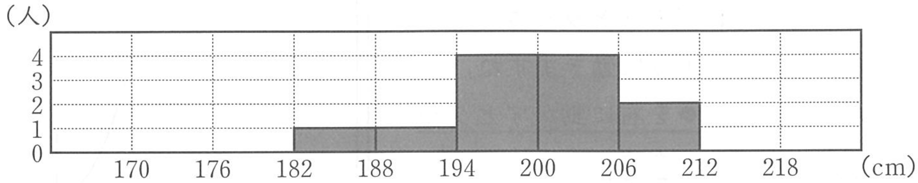


（国際バレーボール連盟資料から作成）

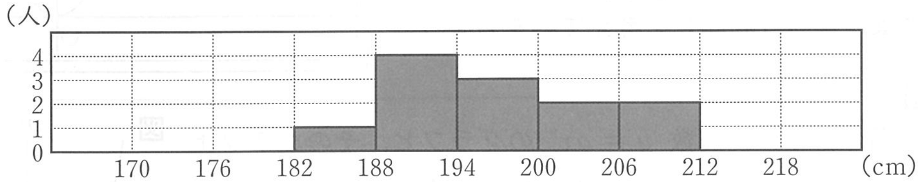
1　日本チームに登録された選手の身長の平均値を求めなさい。

2　下の**ア**～**エ**のヒストグラムのうち，**図**のフランスチームと同じデータを使ってまとめたものはどれですか。最も適当なものを下の**ア**～**エ**の中から1つ選び，記号で答えなさい。なお，**ア**～**エ**において，例えば，182 cm 以上 188 cm 未満の選手がそれぞれ1人いたことを表しています。

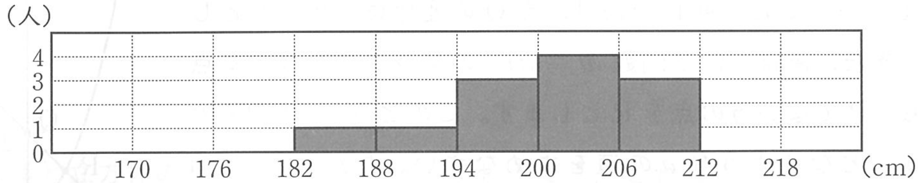
ア



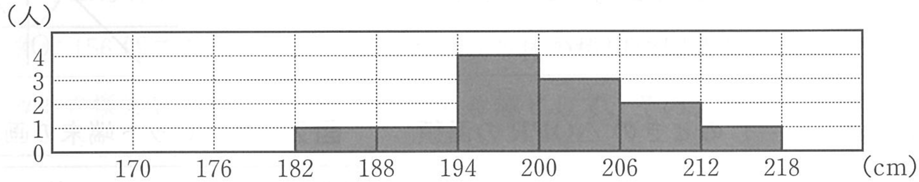
イ



ウ



エ



3　**図**の箱ひげ図から読み取れることとして，次の①～④は「正しい」,「正しくない」,「**図**からはわからない」のどれですか。最も適当なものを下の**ア**～**ウ**の中からそれぞれ1つ選び，記号で答えなさい。

①　最も身長が高い選手は，スロベニアチームにいる。

②　出場12か国の登録された選手のうち，6番目に身長が高い選手はブラジルチームにいる。

③　第3四分位数が最も大きいチームは，アメリカチームである。

④　四分位範囲が最も小さいチームは，ポーランドチームである。

ア　正しい　　　**イ**　正しくない　　　**ウ**　**図**からはわからない

4　下のデータは，**図**のドイツチームに登録された12人の選手のうち，11人の選手の身長を低い方から順に並べかえたものです。**図**を利用して，残り1人の身長として考えられる整数の値をすべて求めなさい。

11人の選手の身長（cm）

186　190　191　193　194　196　200　204　206　208　210

4 ユウさんとレンさんは，授業中にタブレット端末でグラフ作成アプリを使って，関数 $y = ax^2$ について調べています。下は授業のある場面での【会話】です。次の1～4の問いに答えなさい。

【会話】

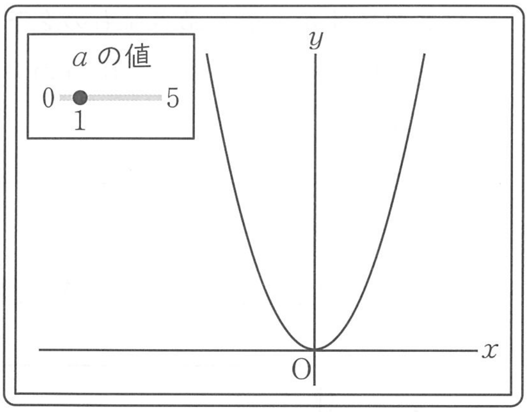
先生：今日は関数 $y = ax^2$ について，グラフ作成アプリを使って考えていきましょう。まずは，$a = 1$ とすると画面（図1）のようなグラフが表示されますね。

ユウ：画面の●を左右に動かすとグラフの形が a の値に対応するように動きますね。

レン：本当だ。①画面の●を右に動かすとグラフの開き方が変化したよ。

先生：では，次の【問題】を考えてみましょう。

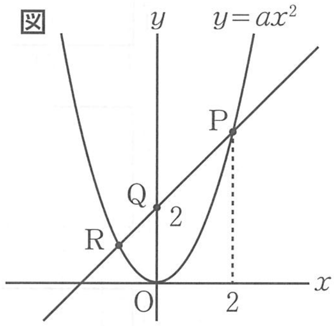
図1　タブレット端末の画面



【問題】

右の図のように，関数 $y = ax^2$ のグラフと，そのグラフ上に x 座標が2である点Pがあり，点Qの座標は（0，2）とします。また，直線PQと関数 $y = ax^2$ のグラフの2つの交点のうち，Pでない方の点をRとします。このとき，△OPRの面積が5となるような a の値を求めなさい。ただし，$a > 0$ とします。

図



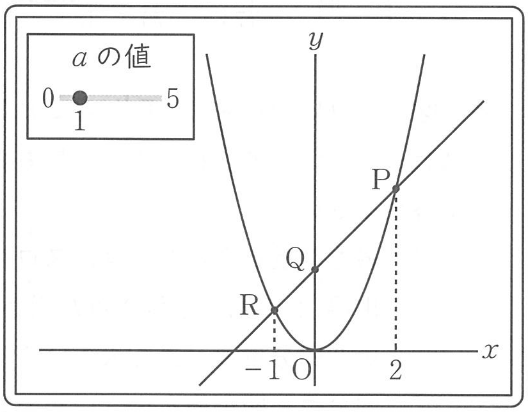
ユウ：まずは，$a = 1$ のときの△OPRの面積を考えてみようよ。

レン：②$a = 1$ のときの直線PQの式を求められたよ。タブレット端末に直線PQの式を入力すると，点P，Rが画面（図2）のようになったよ。

ユウ：③△OPRの面積は△OPQと△OQRの面積の和を求めたら良さそうだね。一緒に考えてみよう。

レン：……よし。△OPRの面積を求められたよ。

図2　タブレット端末の画面



先生：正解です。よくできていますね。

ユウ：この調子で△OPRの面積が5のときの a の値を求めてみようよ。

レン：どのように考えていけばいいかな。

ユウ：画面の●を左右に動かしたら何かわかるかもしれないよ。

レン：a の値によって④2点P，Qを通る1次関数のグラフが右下がりになるときがあるよ。

先生：よいところに気づきましたね。画面の●を左右に動かしてみると他にも気づくことがありそうですね。では，【問題】を解いてみましょう。

1　下線部①について，レンさんが画面の●を右に動かしたとき，グラフの開き方はどのように変化しましたか。解答欄の「大きくなる」と「小さくなる」のどちらかを ◯ で囲みなさい。

2　$a=1$ のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　下線部②について，直線 PQ の式を求めなさい。

(2)　下線部③について，タブレット端末の画面（**図２**）を確認すると，点 R の x 座標が -1 でした。このとき，△OPQ と △OQR の面積をそれぞれ求めなさい。

3　下線部④について，2 点 P，Q を通る 1 次関数のグラフが右下がりになるような，a の値を下の**ア**～**エ**の中からすべて選び，記号で答えなさい。

ア　$a=\frac{1}{2}$　　**イ**　$a=\frac{4}{3}$　　**ウ**　$a=\frac{1}{4}$　　**エ**　$a=\frac{2}{5}$

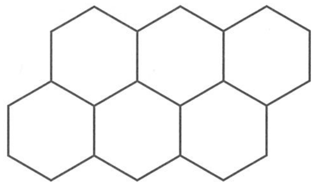
4　**【会話】**中にある**【問題】**を解きなさい。ただし，求め方や計算過程も書きなさい。

5 ユウさんとレンさんは，図形のもつ性質や関係について調べています。下の【会話】を読み，次の**1**～**4**の問いに答えなさい。

【会話】

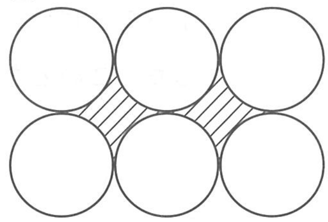
ユウ：昨日ハチの巣を見つけたんだけど，ハチの巣穴は六角形の形をしていること（**図1**）が多いよね。円とか他の形でも良さそうなのにどうしてだろう。調べてみようよ。

図1



レン：今，調べてみたら，巣を作る上で正六角形は合理的な形なんだって。合同な正多角形を使ってすき間なくしきつめることができるのは，正三角形，正方形，正六角形の3種類しか存在しないようだよ。

図2



ユウ：確かに，円だと無駄なすき間（**図2**の斜線部分）ができてしまうね。正六角形の1つの内角の大きさは ㋐ 度であるから，正六角形をすき間なくしきつめることができるね。

レン：そして①その3種類の正多角形の周の長さが等しいとき，それぞれの面積を求めると各図形の面積比がわかったよ。このことから，正三角形，正方形，正六角形の面積が等しいとき，それぞれの周の長さを比較すると正六角形の周の長さが ㋑ ということがわかるね。

ユウ：正六角形は面白い性質をもっているんだね。そういえば，②アルキメデスは円周率の値を求めるために，最初は正六角形の周の長さを利用して考えたようだよ。

レン：面白そうだね。実際に計算で求めてみよう。

1 ㋐ に入る角度を求めなさい。

2 下線部①について，正三角形，正方形，正六角形の面積をそれぞれS，T，Uとします。3種類の各図形の周の長さを $12a$（a は正の定数）として，S，T，Uの値をそれぞれ a を用いて表しなさい。

3 ㋑ に入ることばとして最も適当なものを，下の**ア**～**ウ**の中から1つ選び記号で答えなさい。

ア 正三角形と正方形の周の長さと等しい

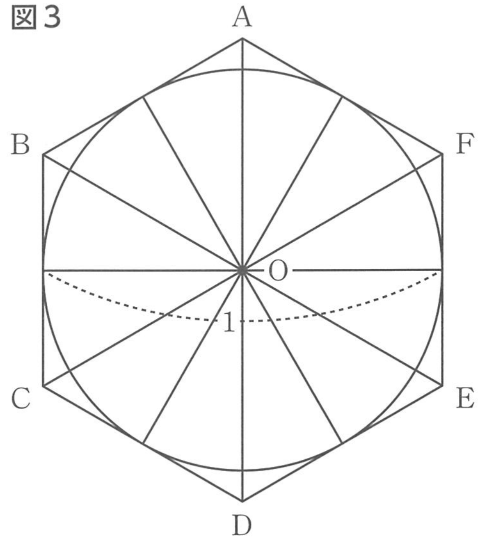
イ 正三角形と正方形の周の長さよりも長い

ウ 正三角形と正方形の周の長さよりも短い

4　下線部②について，円周率の近似値は，円周の長さが円の外側に接する正多角形の周の長さより小さいことを利用して考えることもできます。**図3**のように，直径1の円Oとこの円の外側に接する正六角形ABCDEFがあります。このとき，円Oの円周の長さはπとなります。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

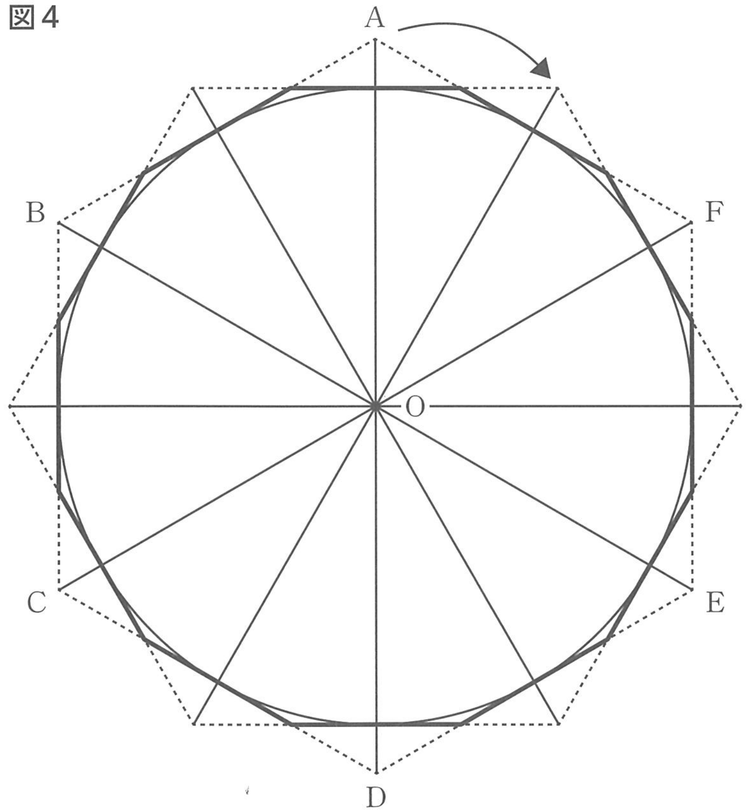
(1)　正六角形ABCDEFの周の長さをLとします。このとき，Lの値を求めなさい。また，$\sqrt{3}=1.732$として，Lを近似値で表しなさい。

図3



(2)　ユウさんとレンさんは**図4**のように正六角形ABCDEFを，点Oを中心として時計回りの方向に30°回転させた正六角形と，もとの正六角形ABCDEFの各辺の交点によってできる正十二角形の周の長さを利用すると，円周率の値により近い値を求めることができると考えました。**図4**の正十二角形の周の長さをMとするとき，Mの値を求めなさい。また，$\sqrt{3}=1.732$として，Mを近似値で表しなさい。ただし，求め方や計算過程も書きなさい。

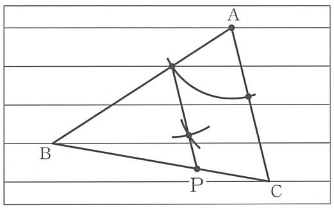
図4



数　学　解　答　例

大問	配点		小問	解答例
1	27点	3点	1(1)	13
		3点	(2)	$\frac{7}{15}$
		3点	(3)	$-\sqrt{2}$
		3点	(4)	420
		3点	(5)	ア，エ
		3点	2	$(x=)\ \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$
		3点	3	イ，エ
		3点	4	$\frac{2}{3} \leqq y \leqq 2$
		3点	5	（分速）300（m）
2	18点	3点	1	$\frac{1}{6}$
		3点	2	2014年　・2023年 （割合）6.2（%）
		4点	3	3（下図）
		4点	4	（右の4）
		4点	5	（右の5）

3



4

（証明）
△AOE と △DOC において，
　∠AOE ＝ ∠DOC（共通）　…①
　OA ＝ OD（おうぎ形の半径）　…②
また，点Cと点Eは，それぞれ辺OA，ODの中点であるから，
　OE ＝ OC　…③
①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
　△AOE ≡ △DOC

5

（方程式と計算過程）
1つの正四面体の面は4面，頂点は4個ある。
また，立方体の面は6面，頂点は8個あるので，

$$\begin{cases} 4x+6y = 128 & \cdots① \\ 4x+8y = 156 & \cdots② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} ② & 4x+8y = 156 \\ ①\ -) & 4x+6y = 128 \\ \hline & 2y = 28 \\ & y = 14 \end{array}$$

$y = 14$ を①に代入して，

$$4x+84 = 128$$
$$x = 11$$

（答）$\begin{cases} \text{（正四面体の模型）} & 11\text{（個）} \\ \text{（立方体の模型）} & 14\text{（個）} \end{cases}$

大問	配点		小問	解答例
3	14点	3点	1	190.5（cm）
		3点	2	ア
		1点	3①	ア
		1点	②	ウ
		1点	③	イ
		1点	④	イ
		4点	4	193，194
4	16点	2点	1	大きくなる　・小さくなる
		2点	2(1)	$y = x+2$
		4点	(2)	$(\triangle OPQ =)\ 2$ $(\triangle OQR =)\ 1$
		3点	3	ウ，エ
		5点	4	（右の4）

4

（求め方や計算過程）
Pの x 座標が2であることから，$P(2,\ 4a)$
このとき，△OPQ の面積は a の値によらず，
$2\times2\times\frac{1}{2} = 2$ となるので，△OQR の面積が3であればよい。
ここで，△OQR の底辺を OQ としたときの，高さを h とすると，
$2\times h\times\frac{1}{2} = 3$ より，$h = 3$
Rの x 座標は負なので，$R(-3,\ 9a)$
直線PQはRを通るので，PからQまで増加するときの変化の割合とQからRまで増加するときの変化の割合は等しくなるから，

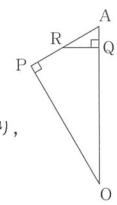
$$\frac{4a-2}{2-0} = \frac{2-9a}{0-(-3)}$$

これを解くと，$a = \frac{1}{3}$　　（答）$(a =)\ \frac{1}{3}$

大問	配点		小問	解答例
5	15点	2点	1	120（度）
		3点	2	$(S =)\ 4\sqrt{3}a^2$ $(T =)\ 9a^2$ $(U =)\ 6\sqrt{3}a^2$
		2点	3	ウ
		3点	4(1)	$(L =)\ 2\sqrt{3}$ （Lの近似値）3.464
		5点	(2)	（右の4(2)）

4(2)

（求め方や計算過程）
線分ABの中点をPとおき，回転移動後の正六角形の辺と線分OA，APとの交点をそれぞれQ，Rとおくと，△OAPは30°，60°，90°の直角三角形より，



$OP = \frac{1}{2}$ であるので，$OA = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$AQ = OA - OQ = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

また，△AQR は30°，60°，90°の直角三角形より，

$QR = \sqrt{3}AQ = \sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{3}-3}{6} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$

よって，求める正十二角形の周の長さMは，
$M = 12\times2QR = 12(2-\sqrt{3}) = 24-12\sqrt{3}$
$\sqrt{3} = 1.732$ とすると，$M = 12(2-1.732) = 12\times0.268 = 3.216$

（答）$(M =)\ 24-12\sqrt{3}$，（Mの近似値）3.216